1. *Вероятность того, что клиент банка не вернет кредит, в период экономического роста равна 0,04, а в период экономического кризиса 0,2. Вероятность начала экономического кризиса оценивается в 0,45. Чему равна вероятность того, что клиент не вернет кредит?*

Как обычно, рисуем «дерево» возможных исходов. По условию задачи, экономический кризис начнется с вероятностью 0,45. С вероятностью 0,55 будет экономический рост.

0,112

1. *Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 69 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 69 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.*

*Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 69 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,6, по иностранному языку — 0,6 и по обществознанию — 0,9.*

*Найдите вероятность того, что А. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.*

Решение:

События «сдать ЕГЭ по математике не ниже, чем на 69 баллов» и «сдать ЕГЭ по русскому языку не ниже, чем на 69 баллов» независимы. Вероятность их произведения (то есть наступления и того, и другого события) равна произведению их вероятностей: 𝑃𝑃1 = 0,6 ∙ 0,6 = 0,36.

Помимо этого, нужно сдать иностранный язык (И) или обществознание (О) не менее, чем на 69 баллов. Обозначим вероятность этого события 𝑃𝑃2.

События «сдать ЕГЭ по иностранному не ниже, чем на 69 баллов» и «сдать ЕГЭ по обществознанию не ниже, чем на 69 баллов» совместны – то есть может произойти и то, и другое.

Поэтому вероятность события «сдать не ниже 69 баллов ЕГЭ по иностранному или по обществознанию» 𝑃𝑃2 = 𝑃𝑃(И) + 𝑃𝑃(𝑂𝑂) − 𝑃𝑃(И ∙ 𝑂𝑂) = 0,6 + 0,9 − 0,54 = 0,9 + 0,06 = 0,96.

Вероятность того, что набраны баллы для поступления или на специальность «Лингвистика», или на специальность «Коммерция», или на обе этих специальности, равна 𝑃𝑃1 ∙ 𝑃𝑃2 = 0,36 ∙ 0,96= 0,3456.

Ответ: 0,3456.

1. *Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.*

Решение:

С чем пришел пациент в клинику? – С подозрением на гепатит. Возможно, он действительно болен гепатитом, а возможно, у его плохого самочувствия другая причина. Может быть, он просто съел что-нибудь. Вероятность того, что он болен гепатитом, равна 0,05 (то есть 5%). Вероятность того, что он здоров, равна 0,95 (то есть 95%).

Пациенту делают анализ. Покажем на схеме все возможные исходы:

Если он болен гепатитом, анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. То есть анализ покажет: «есть гепатит».

Заметим, что анализ не во всех случаях выявляет гепатит у того, кто действительно им болен.

С вероятностью 0,1 анализ не распознает гепатит у больного.

Более того. Анализ может ошибочно дать положительный результат у того, кто не болеет гепатитом. Вероятность такого ложного положительного результата 0,01. Тогда с вероятностью 0,99 анализ даст отрицательный результат, если человек здоров.

Найдем вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Благоприятные для этой ситуации исходы: человек болен, и анализ положительный (вероятность одновременного наступления этих двух событий равна 0,05 ∙ 0,9), или человек здоров, и анализ ложный положительный (вероятность одновременного наступления этих двух событий равна 0,95 ∙ 0,01). Так как события «человек болен» и «человек не болен» несовместны, то вероятность того, что результат анализа будет положительным, равна 0,05 ∙ 0,9 + 0,95 ∙ 0,01 = 0,0545

Ответ: 0,0545.

1. *В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.*

Решение:

Вероятность того, что кофе в автомате остался к концу дня, обозначим «плюсом».

Вероятность того, что кофе в автомате закончился – «минусом».

Вероятность того, что кофе закончился, равна 0,3 и для одного, и для другого автомата.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | + | - |
| I автомат | 0,7 | 0,3 |
| II автомат | 0,7 | 0,3 |

Но что мы видим? Вероятность того, что кофе закончился в обоих автоматах, равна не 0,09, как мы могли бы предположить, а 0,12 - по условию задачи.

В чем же дело?

Если кофе закончился в одном автомате, значит, все, кто хочет кофе, пойдут по второму, и в нем кофе выпьют уже быстрее. Получается, что события «кофе закончился в первом автомате» и

«кофе закончился во втором» являются **зависимыми**, и вероятность произведения этих событий считается уже по-другому.

Найдем вероятность того, что кофе закончится хотя бы в одном из автоматов. Он может закончиться в первом, во втором или в обоих сразу, и тогда, чтобы найти вероятность того, что кофе останется в обоих, мы из единицы вычтем вероятность того, что кофе закончился хотя бы в одном из автоматов.



Вероятность того, что кофе закончится хотя бы в одном автомате, равна сумме вероятностей того, что кофе закончится в первом автомате, плюс вероятность того, что кофе закончился во втором, минус вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах сразу.

Так же мы считали бы площадь фигуры на данном рисунке. Мы бы сложили площадь первого круга и площадь второго, а затем вычли площадь их пересечения, поскольку она посчитана дважды.

Вероятность того, что кофе закончится хотя бы в одном автомате:

𝑃1 = 0,3 + 0,3 – 0,12 = 0,48

Тогда вероятность того, что кофе останется в обоих автоматах

𝑃2 = 1– 0,48 = 0,52.

Ответ: 0,52.

1. *Ведущий конкурса предлагает троим участникам задумать любую цифру от 0 до 9. Считая, что выбор каждым из участников любой цифры равновероятен, найти вероятность того, что у кого-то из них задуманные цифры совпадут.*

Решение:

Запишем возможные исходы в виде упорядоченных троек чисел, которые задумали первый, второй и третий участники. Благоприятные для нас исходы – когда хотя бы 2 цифры совпадают.

Всего, очевидно, 10³ = 1000 возможных исходов. Рассмотрим случаи, когда первый задумал цифру 0.

(0, 0,0) (0,0, 1) (0, 0, 2) … (0, 0, 9) – 10 исходов, все благоприятные (две цифры 0)

(0, 1, 0) (0, 1, 1) (0, 1, 2) … (0, 1, 9) – 10 исходов, из них 2 благоприятных: (0, 1, 0) и (0, 1, 2).

(0, 2, 0) (0, 2, 1) (0, 2, 2) … (0, 2, 9) – 10 исходов, 2 благоприятных.

Аналогично, для случаев, когда первый задумал 0, а второй – цифру от 3 до 9, получаем по 2 благоприятных исхода из 10, всего 10 + 2\*9 = 28 благоприятных исходов.

Для случаев, когда первый задумал цифру от 1 до 9, также получаем по 28 благоприятных исходов. Значит, всего 280 благоприятных исходов из 1000 возможных.Ответ: 0,28

1. *В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают 2 фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?*

Решение:

Всего в коробке 25 фломастеров.

В условии не сказано, какой из фломастеров вытащили первым – красный или синий.

Предположим, что первым вытащили красный фломастер. Вероятность этого 9 , в коробке

25

остается 24 фломастера, и вероятность вытащить вторым синий равна 10. Вероятность того, что

24

первым вытащили красный, а вторым синий, равна 9

25

⋅ 10

24

= 3 ⋅ 1

5 4

= 3 .

20

А если первым вытащили синий фломастер? Вероятность этого события равна 10 =

25

1. Вероятность после этого вытащить красный равна 9 = 3 вероятность того, что синий и

.

5

красный вытащили один за другим, равна 2 ⋅ 3 = 3 .

5 8 20

24 8

Значит, вероятность вытащить первым красный, вторым синий или первым синий, вторым

красный равна 3 + 3

20 20

= 0,3.

А если их доставали из коробки не один за другим, а одновременно? Вероятность остается такой же: 0,3. Потому что она не зависит от того, вытащили мы фломастеры один за другим, или с интервалом в 2 секунды, или с интервалом в 0,5 секунды… или одновременно! Ответ: 0,3.

* 1. *Телефон передает sms-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой следующей попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше 2 попыток.*

Решение:

Здесь все просто. Либо сообщение удалось передать с первой попытки, либо со второй. Вероятность того, что сообщение удалось передать с первой попытки, равна 0,4.

С вероятностью 0,6 с первой попытки передать не получилось. Если при этом получилось со второй, то вероятность этого события равна 0,6 ⋅ 0,4.

Значит, вероятность того, что для передачи сообщения потребовалось не более 2 попыток, равна 0,4 + 0,4 ⋅ 0,6 = 0,4 ⋅ (1 + 0,6) = 0,64.

Ответ: 0,64

* 1. *В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «Шеш- беш»: гость бросает одновременно 2 игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.*

Решение:

Ресторан «Шеш-Беш» должен сказать составителям задачи спасибо: теперь популярность вырастет во много раз :-)

Заметим, что условие не вполне корректно. Например, я бросаю кости и при первом броске получаю 5 и 6 очков. Надо ли мне бросать второй раз? Могу ли я получить 2 десерта, если дважды выброшу комбинацию из 5 и 6 очков?

Поэтому уточним условие. Если при первом броске получилась комбинация из 5 и 6 очков, то больше кости я не бросаю и забираю свой десерт (или кофе).

Если первый раз не получилось – у меня есть вторая попытка. Решим задачу с учетом этих условий.

При броске одной игральной кости возможны 6 исходов, при броске 2 костей 36 исходов. Только два из них благоприятны: это 5; 6 и 6; 5, вероятность каждого из них

равна 1 . Вероятность выбросить 5 и 6 при первом броске равна 1 + 1 = 2 = 1 .

36 36 36 36 18

Вероятность того, что с первой попытки не получилось, равна 1 − 1

18

= 17.

18

Если в первый раз не получилось выбросить 5 и 6, а во второй раз получилось – вероятность этого события равна 17 ⋅ 1 .

18 18

Вероятность выбросить 5 и 6 с первой или со второй попытки равна ≈ 0,11. Ответ: 0,11

* 1. *Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.*

Решение:

Рассмотрим возможные варианты. Игральную кость могли бросить:

1 раз, выпало 4 очка. Вероятность этого события равна 1 (1 благоприятный исход из 6

6

возможных). При этом, если получили 4 очка, кость больше не бросаем.

2 раза, выпало 3 и 1 или 1 и 3 или 2 и 2. При этом, если получили 4 очка, больше не бросаем кость. Для 2 бросков: всего 36 возможны исходов, из них 3 благоприятных, вероятность получить

4 очка равна 3 .

36

1. раза, выпало 1, 1, 2 или 1, 2, 1 или 2, 1, 1. Если получили 4 очка – больше не бросаем кость. Для 3 бросков: всего 63 = 216 возможны исходов, из них 3 благоприятных, вероятность

получить 4 очка равна 3 .

216

1. раза, каждый раз по 1 очку. Вероятность этого события равна 1 .

64

Вероятность получить 4 очка равна Воспользуемся формулой условной вероятности.

Пусть 𝑃1

— вероятность получить 4 очка, сделав 1 бросок; 𝑃1

= 1 (для одного броска: 6

6

возможных исходов, 1 благоприятный);

𝑃 — вероятность получить 4 очка с одной или нескольких попыток, 𝑃 = 73.

64

𝑃2 — вероятность, что при этом был сделан только один бросок;

𝑃1 = 𝑃 ⋅ 𝑃2

1 1 73

6 = 6 ⋅ 63 ⋅ 𝑃2

63 216

𝑃2 = 73 = 343 ≈ 0,63

Ответ: 0,63